
ANALES

DEL INSTITUTO DE INGENIEROS DE CHILE

De la: **Sucesor** Y del:
«SOCIEDAD DE INGENIERIA» «INSTITUTO DE INGENIEROS»
Fundada el 31 de Mayo de 1888 Fundado el 28 de Octubre de 1888

Con Personalidad Jurídica desde el 28 de Diciembre de 1900

Adherido a la USAI y a la CONFERENCIA MUNDIAL DE LA ENERGIA

AÑO LXIV • MARZO - ABRIL DE 1951 • N.ºs 3 - 4

Comisión Editora: Raúl Sáez S. (Pdte.), C. Barros, A. Quintana, J. del Río, F. Salas

Ing. Raúl Faúndes Alba

Conexiones semirrígidas en estructuras metálicas

Un problema muy conocido y que se ha estado discutiendo con frecuencia entre los especialistas de esta materia, durante los últimos 20 años, es la forma de considerar en el cálculo de estabilidad de un edificio metálico, el efecto de la semirrígidez de sus conexiones.

Es evidente que un cálculo exacto de una estructura metálica, incluyendo estos efectos, es impracticable. Más aún, las características de la deformación de una unión metálica son tan irregulares, que hacen inevitable un cierto grado de imprecisión en todos los cálculos. Sin embargo, esta imprecisión será mayor o menor, según en qué medida se tolere un mayor gasto de fierro para lograr un método simple de diseño.

En este artículo, vamos a exponer el estado actual del problema, indicando las principales dificultades, y los procedimientos, tanto de carácter teórico como experimental, que se han seguido para resolverlos. Con este objeto, se definirá primero el concepto de rigidez de la conexión, y se discutirá el modo de determinarla a partir de ciertas curvas experimentales. Se darán luego las fórmulas necesarias para el cálculo, de una estructura con conexiones semirrígidas, en función de la rigidez de éstas, y además algunas tablas que faciliten su aplicación en los casos más usuales. Por último, se discutirá la economía que es posible conseguir con estos métodos, y se darán algunas ideas sobre el criterio que se debiera seguir en el diseño de las conexiones, desde el punto de vista de su rigidez, teniendo presente que, por razones obvias de construcción en serie, resolución de problemas especiales, etc., será necesario ir a la normalización de éstas.

Los datos para este trabajo han sido obtenidos de la Memoria de prueba del ingeniero Raúl Faúndes Alba, de fecha diciembre de 1950.

1. Momento transmitido por una conexión metálica.—Si deseamos calcular una viga metálica, con cualquier tipo usual de conexiones en sus apo-

yos, y sometida a la acción de cargas verticales, es corriente adoptar algunas de las dos hipótesis que siguen:

a) Suponer la viga como simplemente apoyada, y por lo tanto con sus extremos libres para girar, y sin que transmitan un momento apreciable.

b) Suponer la viga como perfectamente empotrada, y por lo tanto, sin que se produzca un giro apreciable en sus conexiones.

Sin embargo, la realidad es que, salvo conexiones especiales y costosas, ninguna de las condiciones anteriores se puede cumplir, y la conexión se comporta como semirrígida, es decir, que tanto el giro como el momento transmitido por la conexión son importantes, y si no se toman en cuenta ambos, puede haber serios errores al determinar tanto la distribución de las fatigas como las deformaciones de la estructura.

Supongamos que se considere la viga como simplemente apoyada. Esto es lo corriente en vigas de poca importancia, y se trata de realizar colocando intencionalmente conexiones débiles para resistir momentos, pero suficientemente capaces de resistir el esfuerzo de corte. Este tipo de conexiones es lo que los norteamericanos denominan «shear-connections». En este caso, la viga debe ser proyectada para resistir un momento central que, para cargas uniformemente repartidas, vale:

$$M = \frac{1}{8} q L^2$$

Si consideramos que en estas condiciones la conexión semirrígida puede estar resistiendo un momento M_0 , la viga debería ser calculada, con el mismo grado de seguridad que todo el edificio, para resistir un momento $M_1 = M - M_0$ (Ver la fig. 1.)

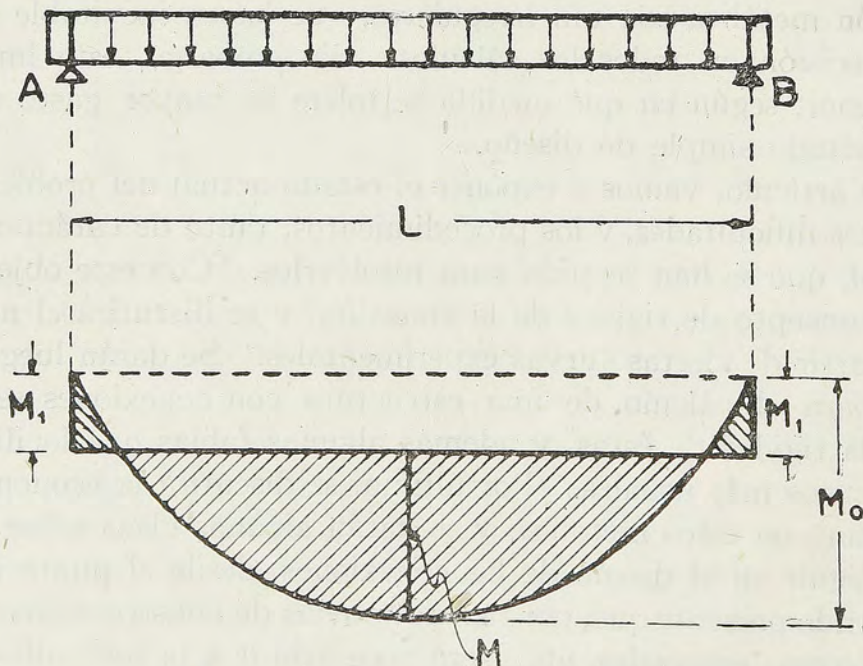


Fig. 1

Se comprende que se puede obtener alguna economía si se puede estimar, si no el valor M_0 efectivo, por lo menos un valor mínimo de este momento y,

además, que es conveniente hacer más rígida la conexión, dentro de ciertos límites, para aumentar esta economía.

Como veremos más adelante, el valor de M_0 se puede determinar con facilidad, siempre que estén normalizados los tipos de conexiones que se usen.

2. Rigidez de una conexión. El comportamiento de una conexión metálica usual, sometida a la acción de momentos, es bastante variable, como se ha comprobado en numerosos ensayos experimentales. Los resultados de estos ensayos se han expresado en ciertos gráficos que representan el giro de una conexión dada, en función del momento solicitante. Un ejemplo de estas curvas se ve en figura. 2.

Las conclusiones de estos tests, pueden resumirse como sigue:

a) No se observa dentro de ningún límite una proporcionalidad entre el momento y el ángulo de giro.

b) A partir de un determinado límite, el momento crece muy poco, aumentando sólo la deformación hasta que sobreviene la ruptura.

c) Si se hace disminuir el momento, después que se ha llegado a un valor cualquiera, representado por el punto A, la curva de deformación angular sigue prácticamente una recta tal como A B, manteniéndose una deformación permanente para $M=0$.

Si se aplican de nuevo momentos crecientes, la curva de deformación sigue de nuevo B A, que llamaremos en adelante «reloading curve», hasta que se sobrepase el momento correspondiente al punto A.

d) Si se aplican a la conexión momentos de signo contrario, se produce un deslizamiento no elástico al pasar por el límite de inversión de las solicitaciones, reproduciéndose en el otro sentido las curvas de deformación, con idénticas características.

Se comprende entonces que es difícil calcular con precisión el momento transmitido por una conexión semirrígida, ya que no solamente va a depender de las cargas aplicadas, sino también de aquellas que hubieren sido aplicadas con anterioridad.

Para superar estas dificultades, necesitamos una hipótesis simple de cálculo, que sea fácilmente aplicable en la práctica, y que tome en cuenta las condiciones más desfavorables que puedan afectar la rigidez de la conexión. El mejor método para este fin es el ideado por el profesor Cyril Batho, de la Universidad de Birmingham, que expondremos a continuación.

Este método trata de determinar una relación lineal entre el momento aplicado y el giro, que sea aplicable dentro del orden de magnitud de las solicitaciones que resistirá la conexión. Se supondrá entonces que $M=K\alpha$, llamando K a la rigidez de la conexión. Como sabemos que esta rigidez va disminuyendo con el valor del momento máximo aplicado, es conveniente, por razones de seguridad, adoptar el valor mínimo, que será función de la carga máxima aplicada a la estructura.

Cabe aquí una observación: en una viga con conexiones semirrígidas en sus extremos, el giro de sus conexiones disminuye el momento absorbido, transfiriéndolo al centro de la viga, de modo que puede decirse que este giro protege a la conexión contra una sollicitación excesiva.

Es posible demostrar, partiendo de los teoremas de Mohr, que la variación

entre el momento y el giro, para una viga con cargas y condiciones de apoyo simétricas, puede representarse por una recta, cuya ecuación es:

$$1) \quad M = M_R - \frac{1}{2}K \cdot \alpha$$

Siendo M_R el momento de empotramiento perfecto y $K = \frac{4EI}{L}$, la rigidez de la viga.

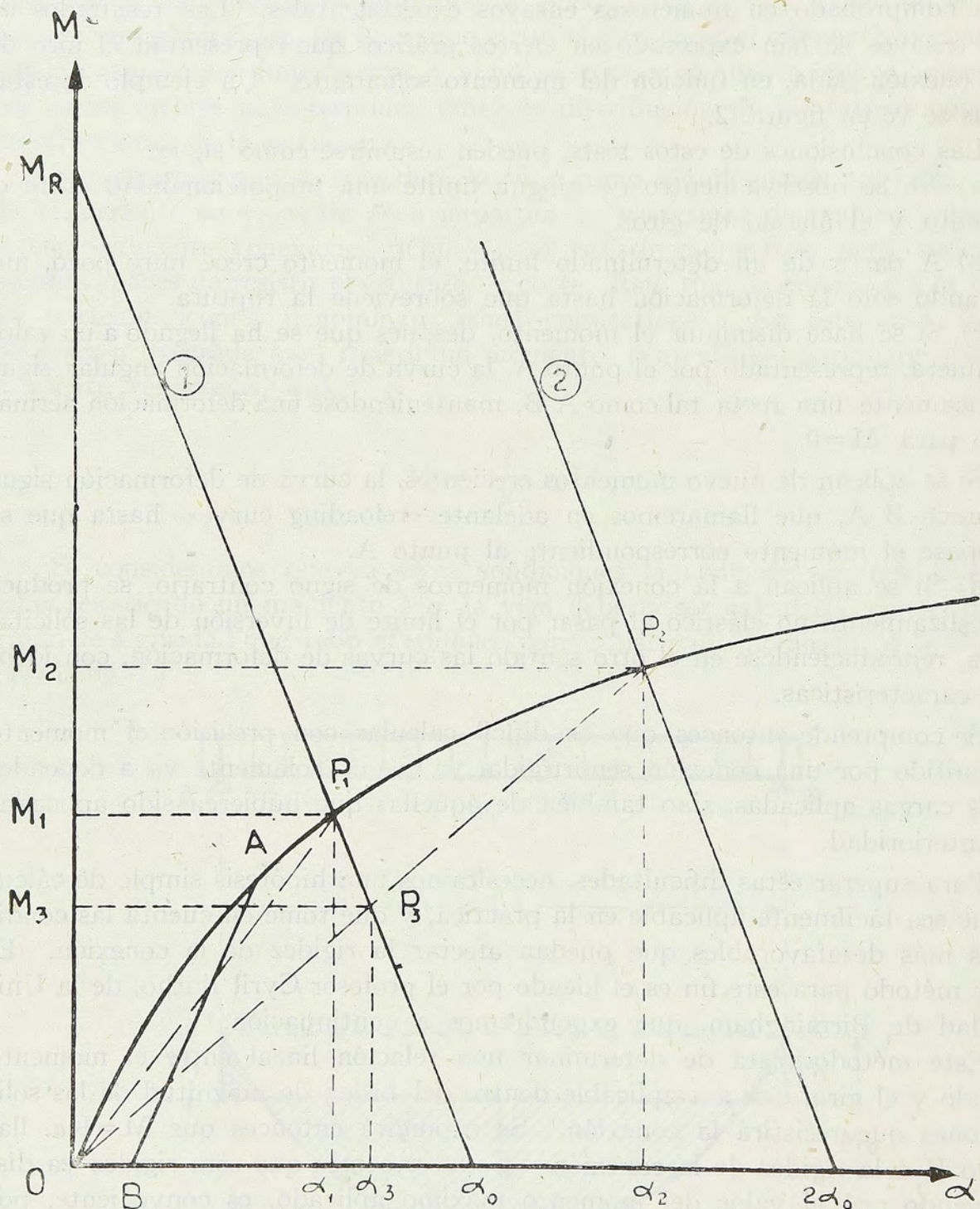


Fig. 2

La recta (1) se ha dibujado también en la figura 2, uniendo el punto $M = M_R$ sobre el eje de las ordenadas con el punto $\alpha_0 = \frac{2M_R}{K}$ sobre el eje de las abscisas.

Naturalmente se verifica que para $M = M_R$ la conexión resiste el momento de empotramiento perfecto, con giro nulo. Además, para $M = 0$, $\alpha_0 = \frac{2M_R}{K}$ que, como se puede demostrar fácilmente, es el valor del giro en una viga simplemente apoyada, sometida a las mismas cargas exteriores.

El punto de intersección $P_1 (M_1, \alpha_1)$ de esta recta (1) con la curva experimental de deformación, nos indica el punto de equilibrio de la conexión para la carga máxima aplicada y la inclinación de la recta OP_1 nos dará la rigidez buscada.

El profesor Ciry! Batho modifica un poco este método, tomando un factor de seguridad en la determinación de la rigidez. Para esto, considera que la rigidez de las conexiones puede disminuir con el tiempo, si la estructura llega a soportar transitoriamente cargas superiores a las de cálculo. Tomando entonces cargas el doble más grandes, se llega por un procedimiento análogo, a la ecuación:

$$2) \quad M = 2M_R - \frac{1}{2} K \cdot \alpha$$

Esta ecuación está representada en la figura 2 por la recta 2, que es paralela a la anterior, y corta a la curva de deformaciones en el punto P_2 . La recta OP_2 nos dará la rigidez elegida, y como corta a la recta (1) en el punto $P_3 (M_3, \alpha_3)$, en definitiva, M_3 y α_3 serán los valores del momento y giro que se considerarán en las conexiones de los extremos.

3. Fórmulas generales para el cálculo de estructuras con conexiones semirrígidas. MÉTODO. Supongamos una estructura cualquiera constituida por cierto número de barras unidas entre sí por conexiones semirrígidas. Además cargas exteriores aplicadas en los nudos o en las barras mismas. El método de cálculo consiste en modificar la rigidez efectiva de las barras, y sus factores de transporte de momentos, de tal manera, que si en estas condiciones se trata como estructura rígida se obtengan los mismos valores de las fatigas y las deformaciones, que las que se esperan en la estructura original. Se facilita así la resolución del problema de estabilidad por los métodos usuales del «Slope deflection» y de «Cross».

Si las cargas exteriores están aplicadas en las barras, los momentos de empotramiento perfecto respectivos, que deben calcularse para resolver el problema, deberán modificarse también, de acuerdo con la rigidez de las conexiones.

BASES DE CÁLCULO. Se tiene una barra cualquiera A B, con conexiones semirrígidas. Se supone que el giro de las conexiones crece proporcionalmente a los momentos que resisten, siendo sus rigideces K_A y K_B , respectivamente.

La rigidez de la viga misma es $K = \frac{4EI}{L}$. Los factores de transporte de los momentos en cada extremo, serán designados por f_A y f_B .

Suponemos que cada extremo de la viga gira en θ_A y θ_B respectivamente y además se produce un desnivel Δ entre los apoyos. A consecuencia de estas sollicitaciones, se puede demostrar que se producen en los apoyos las reacciones y deformaciones siguientes:

Momento en A:

$$M_A = K_{AB} \theta_A + K_{BA} f_B \theta_B - K_{AB} \frac{\Delta}{L} - K_{BA} f_B \frac{\Delta}{L}$$

Momento en B:

$$M_B = K_{AB} f_A \theta_A + K_{BA} \theta_B - K_{AB} f_A \frac{\Delta}{L} - K_{BA} \frac{\Delta}{L}$$

Giro del empotramiento en A:

$$\alpha_A = \frac{K_{AB}}{K_A} \theta_A + f_B \frac{K_{BA}}{K_A} \theta_B - \frac{K_{AB}}{K_A} \frac{\Delta}{L} - f_B \frac{K_{BA}}{K_A} \frac{\Delta}{L}$$

$$\alpha_A = \frac{M_A}{K_A}$$

Giro del empotramiento en B:

$$\alpha_B = \frac{K_{AB}}{K_B} f_A \theta_A + \frac{K_{BA}}{K_B} \theta_B - \frac{K_{AB}}{K_B} f_A \frac{\Delta}{L} - \frac{K_{BA}}{K_B} \frac{\Delta}{L}$$

$$\alpha_B = \frac{M_B}{K_B}$$

En estas expresiones K_{AB} , K_{BA} , f_A y f_B tienen los valores siguientes:

$$K_{AB} = \frac{K K_A (4K_B + 3K)}{4K_A K_B + 4K K_A + 4K K_B + 3K^2}$$

$$K_{BA} = \frac{K K_B (4K_A + 3K)}{4K_A K_B + 4K K_A + 4K K_B + 3K^2}$$

$$f_A = \frac{2K_B}{4K_B + 3K}$$

$$f_B = \frac{2K_A}{4K_A + 3K}$$

Naturalmente debe cumplirse la siguiente relación, de acuerdo con el teorema de Maxwell.

$$K_{AB} \cdot f_A = K_{BA} \cdot f_B$$

Si hay fuerzas exteriores aplicadas en la barra A B, la resolución del problema de estabilidad exige la determinación de los momentos de empotramiento en ambos extremos. Estos son los siguientes:

$$M'_A = R_{AA} M_A + R_{AB} \cdot M_B$$

$$M'_B = R_{BA} M_A + R_{BB} \cdot M_B$$

Siendo M_A y M_B los momentos de empotramiento perfecto en A B para las mismas fuerzas exteriores y R_{AA} , R_{AB} , etc. constantes que dependen de la rigidez de la viga y de sus conexiones. Sus valores quedan expresados como sigue:

$$R_{AA} = \frac{4K_A (K + K_B)}{4K_A K_B + 4K K_A + 4K K_B + 3K^2}$$

$$R_{AB} = \frac{2K \cdot K_A}{4K_A K_B + 4K K_A + 4K K_B + 3K^2}$$

$$R_{BA} = \frac{2K K_B}{4K_A K_B + 4K K_A + 4K K_B + 3K^2}$$

$$R_{BB} = \frac{4K_B (K + K_A)}{4K_A K_B + 4K K_A + 4K K_B + 3K^2}$$

Para simplificar el cálculo de todas estas constantes, podemos determinar la función auxiliar siguiente:

$$m = \frac{K_{AB} \cdot f_A}{K} = \frac{K_{BA} \cdot f_B}{K}$$

$$m = \frac{2 \cdot K_A K_B}{4K_A K_B + 4K K_A + 4K K_B + 3K^2}$$

$$\text{y llamando } x = \frac{K_A}{K} \quad ; \quad y = \frac{K_B}{K}$$

$$m = \frac{2xy}{4xy + 4x + 4y + 3}$$

Esta expresión se puede determinar mediante el abaco que se indica en la figura 3, conocidos x e y , que a su vez dependen solamente de la rigidez de la viga y de sus conexiones.

En este abaco se ha aprovechado que las curvas que representan la condición $m = \text{cte.}$ son hipérbolas, que se han dibujado para distintos valores de m . Para un sistema particular de valores x e y , el valor de m puede ser obtenido por interpolación en el gráfico.

Conocido m , las demás constantes se reducen a las expresiones siguientes

$$K_{AB} = \frac{m}{f_A} \cdot K$$

$$K_{BA} = \frac{m}{f_B} \cdot K$$

$$R_{AA} = \frac{2m(K + K_B)}{K_B}$$

$$R_{AB} = \frac{m \cdot K}{K_B}$$

$$R_{BA} = \frac{m \cdot K}{K_A}$$

$$R_{BB} = \frac{2m(K + K_A)}{K_A}$$

Además, mediante las tablas 1 y 2 que se incluyen a continuación, es posible determinar inmediatamente el factor de transporte en cualquier caso, y el factor de disminución de la rigidez $\frac{K_{AB}}{K}$, en el caso de una viga con conexiones simétricas, que es el caso más corriente.

TABLA 1
Factores de transporte fA en función de $\frac{K_B}{K}$

$\frac{K_B}{K}$	$\frac{K_B}{K} +$									
	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
0.....	0,00	0,06	0,10	0,14	0,17	0,20	0,22	0,24	0,26	0,28
1.....	0,29	0,30	0,31	0,32	0,32	0,33	0,34	0,35	0,35	0,36
2.....	0,36	0,37	0,37	0,38	0,38	0,38	0,39	0,39	0,39	0,40
3.....	0,40	0,40	0,40	0,41	0,41	0,41	0,41	0,41	0,42	0,42
4.....	0,42	0,42	0,42	0,42	0,43	0,43	0,43	0,43	0,43	0,43
5.....	0,43	0,43	0,44	0,44	0,44	0,44	0,44	0,44	0,44	0,44
6.....	0,44	0,44	0,44	0,44	0,45	0,45	0,45	0,45	0,45	0,45
7.....	0,45	0,45	0,45	0,45	0,45	0,45	0,45	0,45	0,46	0,46
8.....	0,46	0,46	0,46	0,46	0,46	0,46	0,46	0,46	0,46	0,46
9.....	0,46	0,46	0,46	0,46	0,46	0,46	0,46	0,46	0,46	0,46

TABLA 2
Factor de variación de rigidez $\frac{K_{AB}}{K}$ en función de $\frac{K_1}{K}$

$\frac{K_1}{K}$	$\frac{K_1}{K} +$									
	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
0.....	0,00	0,09	0,16	0,22	0,27	0,31	0,35	0,38	0,41	0,44
1.....	0,47	0,49	0,51	0,53	0,55	0,56	0,58	0,59	0,61	0,62
2.....	0,63	0,64	0,65	0,66	0,67	0,68	0,68	0,69	0,70	0,71
3.....	0,71	0,72	0,73	0,73	0,74	0,74	0,75	0,75	0,76	0,76
4.....	0,77	0,77	0,78	0,78	0,79	0,79	0,79	0,80	0,80	0,80
5.....	0,80	0,81	0,81	0,81	0,81	0,82	0,82	0,82	0,82	0,83
6.....	0,83	0,83	0,83	0,83	0,84	0,84	0,84	0,84	0,84	0,85
7.....	0,85	0,85	0,85	0,85	0,86	0,86	0,86	0,86	0,86	0,86
8.....	0,87	0,87	0,87	0,87	0,87	0,87	0,87	0,88	0,88	0,88
9.....	0,88	0,88	0,88	0,88	0,89	0,89	0,89	0,89	0,89	0,89

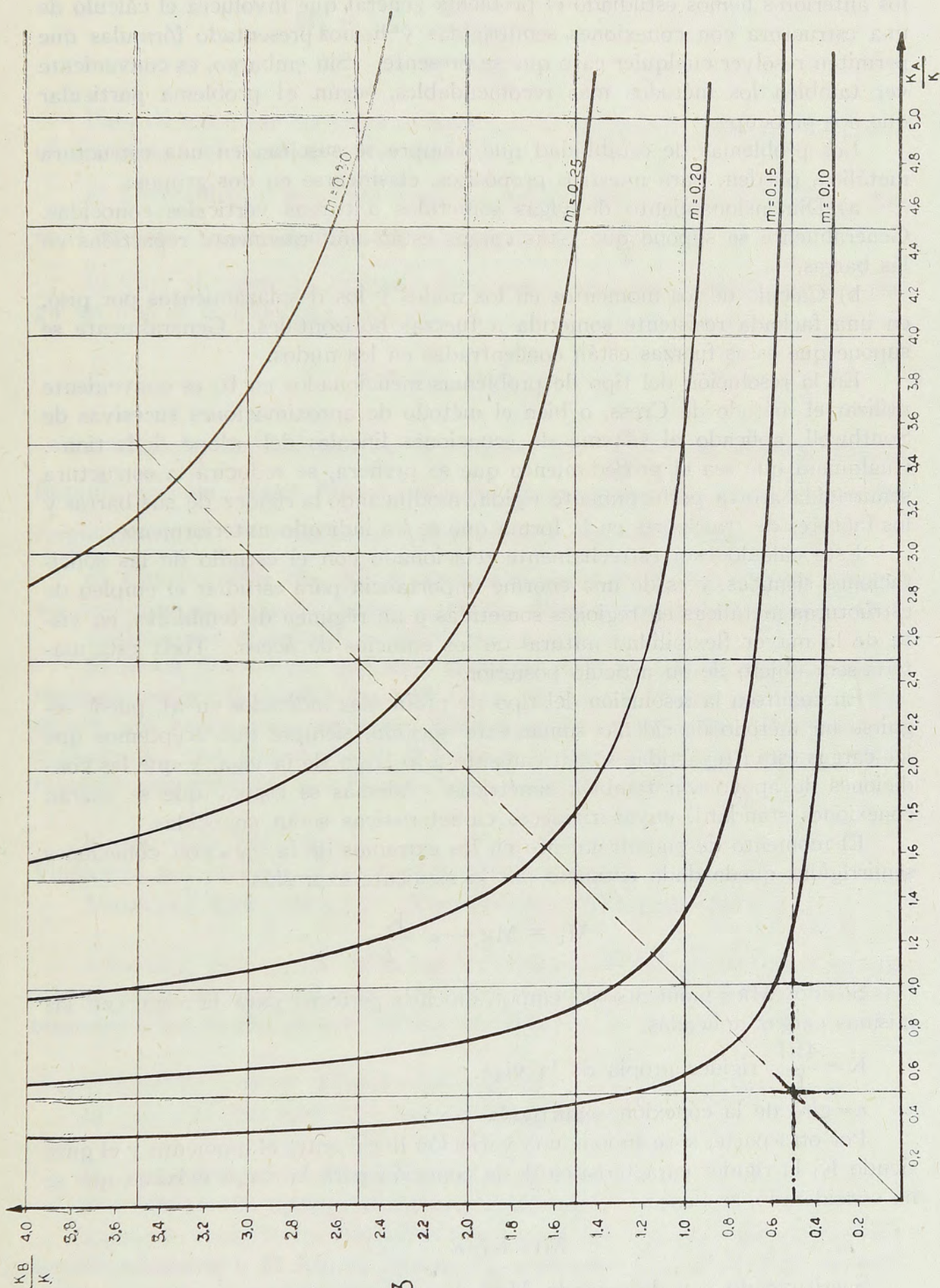


Fig. 3

4. Cálculo de una viga con conexiones semirrígidas. En los párrafos anteriores hemos estudiado el problema general que involucra el cálculo de una estructura con conexiones semirrígidas y hemos presentado fórmulas que permiten resolver cualquier caso que se presente. Sin embargo, es conveniente ver también los métodos más recomendables, según el problema particular que nos preocupe.

Los problemas de estabilidad que siempre se suscitan en una estructura metálica, pueden, para nuestros propósitos, clasificarse en dos grupos:

a) Dimensionamiento de vigas sometidas a cargas verticales conocidas. Generalmente se supone que estas cargas están uniformemente repartidas en las barras.

b) Cálculo de los momentos en los nudos y los desplazamientos por piso, en una fachada resistente sometida a fuerzas horizontales. Generalmente se supone que estas fuerzas están concentradas en los nudos.

En la resolución del tipo de problemas mencionados en b) es conveniente utilizar el método de Cross, o bien el método de aproximaciones sucesivas de Southwell, aplicado al sistema de ecuaciones lineales del «slope deflection». Cualquiera que sea el procedimiento que se prefiera, se reducirá la estructura semirrígida a otra perfectamente rígida, modificando la rigidez de sus barras y los factores de transporte en la forma que se ha indicado anteriormente.

Este cálculo está estrechamente relacionado con el estudio de las sollicitaciones sísmicas, y es de una enorme importancia para estudiar el empleo de estructuras metálicas en regiones sometidas a un régimen de temblores, en vista de la mayor flexibilidad natural de los edificios de acero. Toda esta materia será objeto de un artículo posterior.

En cuanto a la resolución del tipo de problemas indicados en a), puede seguirse un método de cálculo sumamente sencillo, siempre que aceptemos que las cargas están repartidas simétricamente a lo largo de la viga, y que las condiciones de apoyo son también simétricas. Además se espera que se usarán conexiones standard, cuyas rigideces características serán conocidas.

El momento de empotramiento en los extremos de la viga con conexiones semirrígidas queda dado entonces por la siguiente expresión:

$$M_1 = M_R - \alpha \frac{K}{2}$$

Siendo, M_R = momento de empotramiento perfecto para la viga con las mismas cargas aplicadas.

$$K = \frac{4EI}{L}, \text{ rigidez propia de la viga.}$$

α = giro de la conexión semirrígida.

Por otra parte, si se supone una variación lineal entre el momento y el giro, siendo K_1 la rigidez característica de la conexión para la carga máxima que se ha considerado, se tiene:

$$M_1 = K_1 \alpha$$

Sustituyendo α y despejando M_1 :

$$2 M_1 = 2 M_R - M_1 \frac{K}{K_1}$$

o sea, finalmente:

$$M_1 = \frac{M_R}{1 + \frac{K}{2K_1}}$$

Para dimensionar las vigas se hará uso de la fórmula anterior. El procedimiento será el siguiente: (ver fig. 1).

a) Determinar el momento isostático máximo en el centro de la viga. Para el caso de carga uniformemente repartida, $M_o = \frac{1}{8} q L^2$.

b) Para el momento anterior, dimensionar aproximadamente la viga, elegir un tipo de conexiones y formar

$$\lambda = \frac{K}{2K_1} = \frac{2EI}{L \cdot K_1}$$

c) Calcular el momento en el extremo, $M_1 = \frac{M_R}{1+\lambda}$, de acuerdo con la fórmula anterior, siendo M_R el momento de empotramiento perfecto para las cargas aplicadas. Si éstas están uniformemente repartidas $M_R = \frac{1}{12} q L^2$.

d) Calcular $M = M_o - M_1$ y verificar el perfil de la viga elegida. Puede ser necesario un pequeño tanteo, antes de llegar a resultados satisfactorios.

Ilustraremos el método anterior con un ejemplo.

Se desea dimensionar una serie de viguetas de 6 m. de luz y carga uniformemente repartida igual a $p = 1,16$ (Ton—m. l.). Al hacer los cálculos que siguen, nos hemos visto en la necesidad de expresar todas las dimensiones en unidades inglesas, con el objeto de facilitar la aplicación de las curvas experimentales determinadas por Mr. Rathbun en este ejemplo.

$$L = 6m = 236 \text{ [inches]}$$

$$V_{\text{máx}} = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 1,16 = 3,48 \text{ [Ton.]} = 7,68 \text{ [Kilo-pounds]}$$

$$M_{\text{máx}} = \frac{1}{8} \cdot 1,16 \cdot 36 = 5,20 \text{ [Ton-m]} = 450 \text{ [Kilo pound-inches]}$$

Además el peso propio de la vigueta, incluyendo una capa de concreto de 2,5 cm. como protección contra incendio, se estimará en 0,22 [Ton-m. l.]. Esto representa las siguientes solicitaciones adicionales.

$$V' = \frac{1}{2} 0,22 \cdot 6 = 0,66 \text{ [Ton.]} = 1,45 \text{ [Kips]}$$

$$M' = \frac{1}{8} \cdot 0,22 \cdot 36 = 0,99 \text{ [Ton-m]} = 87 \text{ [Kip-inches]}$$

$$V = 3,48 + 0,66 = 4,14 \text{ [Ton]} = 9,13 \text{ [Kips]}$$

$$M = 5,20 + 0,99 = 6,19 \text{ [Ton-m]} = 537 \text{ [Kip-inches]}$$

Tomando como fatiga admisible a la flexión 1,4 Ton/cm², que corresponde aproximadamente a 20 Kip/sq inches, y considerando la vigueta como simplemente apoyada, el módulo necesario será:

$$S_o = \frac{619}{1,4} = 441 \text{ [cm}^3\text{]} = 26,8 \text{ [inches}^3\text{]}$$

Usando perfiles norteamericanos, corresponde elegir el perfil 10I 30,0, cuyo módulo es 26,7 inches³, prácticamente no inferior a $S_o = 26,8$ inches³.

Usando también las conexiones standard norteamericanas de la A. I. S. C. obtenemos de ciertas tablas que se recomienda, para este caso, usar como mínimo la conexión tipo A-2, siempre que la viga tenga una altura de 8" o 10".

Esta conexión figura entre las ensayadas experimentalmente por Mr. Rathbun, en el Material Testing Laboratory of the College of New York. Los antecedentes respectivos pueden encontrarse en el artículo «Elastic Properties of Riveted Connections», Transactions of A. S. C. E. Vol. 101, 1936, pág. 524.

La curva experimental determinada por Mr. Rathbun para esta conexión se ha reproducido en la figura 4. Además, en esta misma figura, se han dibujado las rectas que se utilizan para determinar una rigidez de cálculo, de acuerdo con el procedimiento del profesor Cyril Batho.

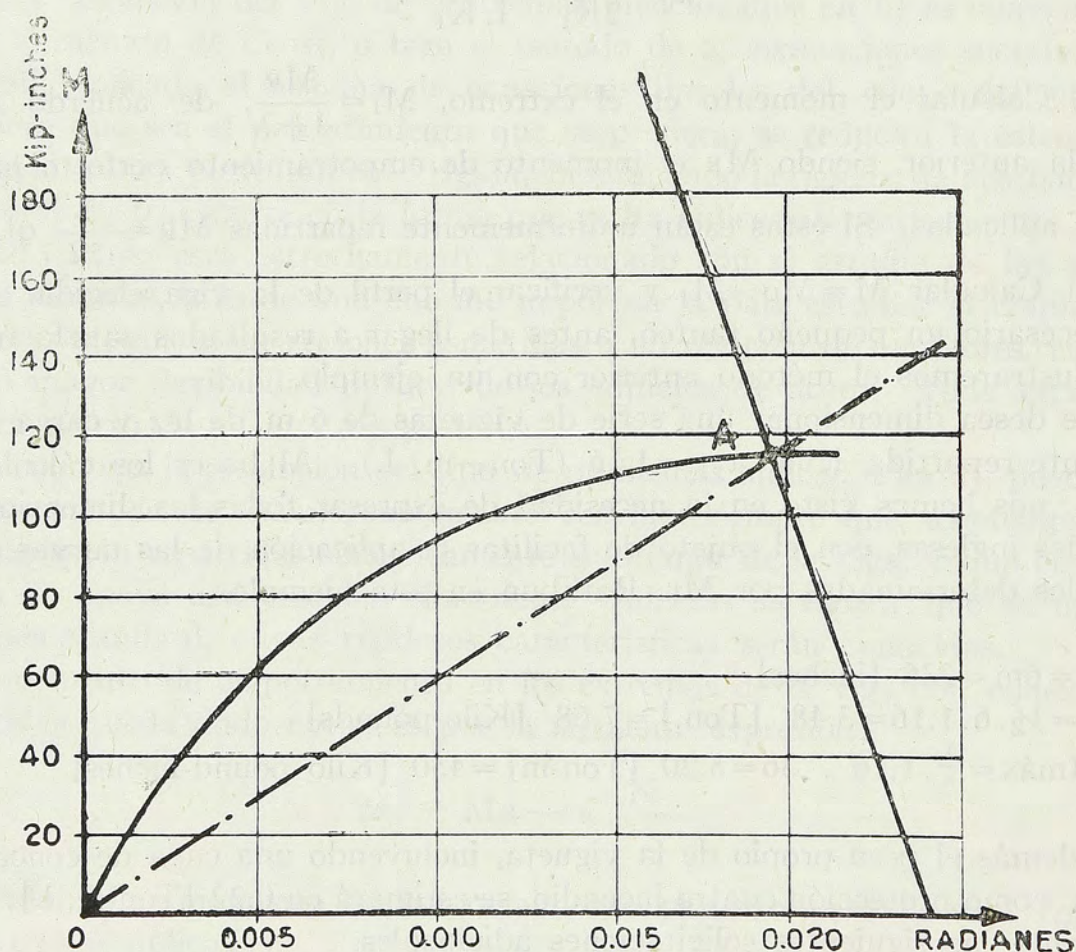


Fig 4

Los cálculos son los siguientes:

$$K = \frac{4EI}{L}$$

$$L = 236 \text{ [inches]}$$

$$I = 122,1 \text{ [inches}^4\text{]}$$

$$E = 29,7 \cdot 10^3 \text{ [Kip/inches}^2\text{]}$$

$$K = \frac{4.122,1 \cdot 29,7}{236} \cdot 10^3 = 61,8 \cdot 10^3 \quad [\text{Kip-inches}]$$

$$M_r = \frac{2}{3} M = \frac{2}{3} \cdot 537 = 356 \quad [\text{Kip-inches}]$$

$$\alpha_o = \frac{2 M_r}{K} = \frac{2 \cdot 356}{61,8 \cdot 10^3} = 0,0115 \quad [\text{radián}]$$

Sobre el gráfico de la figura 4 trazamos una recta que pase por los puntos $M_o = 2 M_r = 712$ [Kip-inches] y $\alpha = 2\alpha_o = 0.023$ [radián]. El punto en que esta recta corte a la curva lo unimos con el origen y obtenemos la inclinación que corresponde a la rigidez buscada. El factor de seguridad adoptado para las cargas es entonces 2,0.

Obtenemos así, aproximadamente:

$$K_1 = \frac{60}{0.01} = 6.000 \quad (\text{Kip. inches})$$

$$\lambda = \frac{K}{2K_1} = \frac{61.800}{12.000} = 5,1$$

$$M_1 = \frac{M_r}{1 + \lambda} = \frac{356}{6,1} = 58 \quad (\text{Kip-inches})$$

El momento máximo al centro de la viga valdrá entonces:

$$M_1 = 537 - 58 = 480 \quad [\text{Kip-inches}]$$

y como la fatiga admisible equivale a $P = 20$ [Kip-inches²]

$$S_1 = \frac{480}{20} = 24,0 \quad [\text{inches}^2]$$

Luego se ha comprobado que el perfil 10 I 25,4, cuyo módulo es 24,4 inches³, es suficiente para las viguetas, si se toma en cuenta la disminución del momento máximo, por efecto del empotramiento en los extremos.

El ahorro de acero que se ha obtenido resulta ser exactamente un 15%.

El resultado anterior es muy interesante, porque la conexión A-2 es una de las más débiles de toda la serie standard de la A. I. S. C.

5. Determinación teórica aproximada de la rigidez de una conexión.

Se ha presentado ya el método de Cyril Batho para determinar la rigidez característica de una conexión de una viga, para determinadas condiciones de carga máxima. Sin embargo, para aplicar este método es condición necesaria que se conozca una curva experimental de la conexión estudiada.

En muchos casos estas curvas experimentales no serán conocidas, en vista de los múltiples factores que pueden variar en una conexión, tales como la disposición y el número de los remaches, el espesor de las angulares de unión, rigidez de las vigas y columnas, etc., y que cada combinación de ellos daría motivo para un ensayo distinto. Los ensayos experimentales son bastante caros y tienen por objeto aclarar cualquier aspecto dudoso de la teoría, pero difícilmente serían aplicables para determinar la rigidez de todas las conexiones de uso práctico.

Por estas razones se ha tratado de determinar también teóricamente la rigidez de una conexión dada. Para esto, se han determinado ciertas fórmulas en función del espesor de los angulares, de la remachadura, etc. que han dado resultados bastante satisfactorios al ser confrontados con los valores experimentales.

En general, para los fines prácticos, es conveniente clasificar las conexiones en dos grupos, como sigue:

a) Conexiones poco rígidas, destinadas a unir vigas que resisten solamente cargas verticales. Lo usual es que consistan simplemente en angulares unidos al alma de la viga y al ala de la columna.

b) Conexiones rígidas, destinadas a unir barras que constituyen una fachada resistente, sometida a la acción de fuerzas horizontales. Pueden ser de varios diseños diferentes.

Las conexiones del grupo a) han sido estudiadas en el artículo «Elastic Restraint Ecuations for Semi-Rigid Connections», by J. E. Lothers, A. S. C. E. Proceedings, febrero 1950. Se obtienen ciertas fórmulas que han sido aplicadas para obtener las constantes de rigidez de toda la serie standard de conexiones de la A. I. S. C. diseñadas para resistir esfuerzos de corte, es decir, las llamadas «shear-connections».

Estos resultados se han confrontado con los experimentales en algunos casos, aprovechando algunos ejemplares ensayados en el Material Testing Laboratory of the College of New York. Se observa que la fórmula da una rigidez mayor que la efectiva, en todos los casos, y que se puede obtener una mayor aproximación a las condiciones reales, multiplicando sus resultados por un factor que puede variar entre 0.8 y 0.6, dependiendo de la carga máxima que se aplique.

Con estas precauciones, se puede estimar que la rigidez de este tipo de conexiones, calculada teóricamente, presentará errores del orden de 20% con respecto a su valor efectivo.

En cuanto a las conexiones mencionadas en b), se han propuesto también ciertas fórmulas, que se cumplen en forma menos exacta que las del grupo a). Usando también coeficientes reductores, se puede estimar el error medio en un 30%.

Para aclarar ideas respecto al grado de exactitud requerido en el cálculo de la rigidez de una conexión, veamos algunos ejemplos.

Hemos comparado dos casos. En primer lugar, se han tabulado los valores de los factores de transporte y de reducción de la rigidez de la barra, obtenidos mediante tablas N.ºs 1 y 2, que corresponden a los valores de $\frac{K_1}{K}$ de las columnas de un determinado edificio que estaba en estudio. En segundo lugar, se tabularon también estos mismos coeficientes para las mismas columnas del edificio anterior, pero obtenidos después de reducir todos los valores de K_1 en un 20%. Los resultados están indicados a continuación.

Es muy interesante constatar que, al disminuir K_1 en un 20%, la disminución de f_1 y $\frac{K_{AB}}{K}$ es del orden de un 4% solamente, es decir, despreciable dentro del orden de exactitud de las hipótesis de cálculo corrientes. Esto revela que no es necesario determinar con mucha exactitud las constantes elásticas de las conexiones, puesto que su influencia sobre las características de las vigas

TABLA N.º 3

$\frac{K_1}{K}$	f_1	$\frac{K_{AB}}{K}$	$0,8 \frac{K_1}{K}$	f'_1	$\left(\frac{K_{AB}}{K}\right)'$
3,64	0,41	0,75	2,9	0,40	0,71
5,3.	0,44	0,81	4,2	0,42	0,78
4,6.	0,43	0,79	3,7	0,41	0,75
4,3.	0,43	0,78	3,5	0,41	0,74
3,8.	0,42	0,76	3,05	0,40	0,72
3,5.	0,41	0,74	2,8	0,39	0,70
3,2.	0,41	0,73	2,55	0,39	0,68

es poco acentuada. Luego, para los casos de la práctica, puede ser suficiente la aproximación de las fórmulas teóricas.

Las fórmulas teóricas tienen otra gran ventaja, y es que permiten apreciar en qué proporción contribuyen al giro los distintos elementos de la conexión.

En líneas generales, podemos decir que, en las conexiones poco rígidas del grupo a), la mayor parte del giro se debe a la flexión de los angulares de unión, sin que exista deformación apreciable de los remaches. En cambio, mientras más rígida es una conexión, mayor es la parte del giro por acción de un momento que debe atribuirse a un deslizamiento de los remaches.

6. Conclusiones. Discusión sobre diseño más conveniente de las conexiones. En un edificio metálico, el diseño de las conexiones es de una importancia fundamental, puesto que éstas determinan tanto las deformaciones de la estructura como la repartición de las fatigas.

Hemos creído conveniente clasificar las conexiones en dos grupos: primero, las proyectadas para resistir esfuerzos de corte, y segundo, las proyectadas para formar estructuras rígidas que resistan principalmente fuerzas horizontales.

Se ha mencionado que, para el primer grupo, tienen poca importancia las deformaciones en los remaches y en el ala de la columna. En realidad, la deformación de los angulares protege a los demás elementos de la conexión, transfiriendo el momento al centro de la viga.

Como el giro de las conexiones es debido principalmente a la flexión de los angulares, resulta más fácil y más exacto de determinar mediante fórmulas teóricas.

Hemos dicho también que las conexiones standard de la A. I. S. C. de este grupo, es decir, las «shear-connections» fueron diseñadas deliberadamente débiles para resistir momentos, para acercarse a la hipótesis de viga simplemente apoyada. Pero como no hay ventajas en mantener por más tiempo este criterio, es más conveniente reforzar los angulares de unión hasta un límite tal, que el mayor momento absorbido por la conexión no afecte en forma apreciable a la remachadura.

Hemos visto en un ejemplo anterior, que la consideración del momento absorbido por la conexión permitía un ahorro del 15% en el peso del acero en las vigas secundarias, tomando como base las conexiones standard de la A. I. S. C. Es razonable suponer que usando otras conexiones de diseño más conveniente, esta economía será mayor.

Mayores datos sobre la economía de acero que puede obtenerse según la rigidez de la conexión que se emplee, se encontrarán en el artículo «Economical Design through Restraint in Beam Connections», by Bruce Johnston and R. Hechtman, Engineering News Record, vol. 125, N.º 15, octubre 10, 1940, pág. 484-487.

Respecto a las conexiones del segundo grupo, debemos hacer presente que el principal problema de estabilidad en el cual están implicadas, es en el diseño de marcos rígidos que resistan fuerzas horizontales de modo que el desplazamiento por piso no sobrepase los límites admisibles. Las estructuras metálicas son relativamente flexibles, de modo que las dimensiones de las columnas y vigas de una fachada resistente quedarán determinadas generalmente por el desplazamiento admisible por piso, más bien que por el momento máximo que pueden resistir.

En Estados Unidos, se ha fijado como máximo desplazamiento admisible $1/16''$ para edificios residenciales y $1/8''$ para edificios industriales. Este límite, en rigor, debiera determinarse estudiando qué condiciones pueden resistir los materiales de relleno, estucos, etc. sin que se produzcan grietas.

En consecuencia, en las conexiones del segundo grupo es de la mayor importancia el obtener la mayor rigidez. Sin embargo, en el ejemplo que se ha presentado en la Tabla 3, en el cual se consideran conexiones remachadas muy robustas, usando como elementos de unión perfiles H de 24" de altura, cortados en el alma, y doble fila de remaches de 1" o $1\frac{1}{4}''$, la rigidez disminuye aproximadamente en un 25%, puesto que el factor por el cual deben reducirse las rigideces de las vigas es de un valor medio de 0.75. Esta reducción parece bastante alta, y puede exigir columnas y vigas más rígidas y por lo tanto más costosas.

El cálculo teórico nos indica que la mayor parte del giro que se produce en estas conexiones se debe al deslizamiento de los remaches, de modo que para aumentar su rigidez debemos reforzar la remachadura más bien que reforzar los perfiles de unión. A esta misma conclusión se ha llegado también en algunos ensayos experimentales realizados en Toronto, Canadá.

El refuerzo de la remachadura puede lograrse simultáneamente por dos caminos: disminuyendo la fatiga del trabajo admisible en los remaches, y aumentando su tensión inicial.

Al disminuir la fatiga de trabajo, agregando nuevas filas de remaches en la conexión, debe tenerse presente que el aumento de la rigidez no crece proporcionalmente al mayor número de remaches, porque, sobre todo con las primeras solicitaciones, las fatigas no quedan bien repartidas entre ellos. Si la solicitación crece, se producirán deformaciones permanentes en los remaches más solicitados, que permitirán a los restantes tomar parte del esfuerzo. De esta manera, aunque este fenómeno no disminuye la seguridad de la conexión, afecta considerablemente a su rigidez.

Puede agregarse que la manera de calcular la remachadura para evitar deslizamientos considerables es un asunto de difícil resolución teórica, que ha

dado lugar a múltiples discusiones y a un estudio más profundo que no es del caso analizar.

En cuanto al aumento de la tensión inicial, exigirá, en el caso de llevarse a la práctica, un mayor costo en la mano de obra y una mayor fiscalización de los trabajos. Como la alternativa es un mayor costo en acero, por el aumento de las dimensiones en las columnas, deberá buscarse un equilibrio entre estos dos rubros del costo de un edificio.

Ya que se trata de eliminar los inconvenientes de la deformación de los remaches, es natural pensar en las conexiones soldadas. En efecto, está casi definitivamente comprobado que las uniones soldadas se comportan como rígidas, siempre que se tomen algunas precauciones especiales, como, por ejemplo, colocar atisadores en el ala de la columna. Por esta razón, estimamos que serán las más recomendables cuando se trate de proyectar la fachada resistente de un edificio.

Por último, debemos insistir en la importancia cada vez mayor que está tomando el problema de la rigidez de una conexión, en vista de las nuevas prácticas constructivas, basadas en el empleo de materiales de construcción más livianos.

Se están empleando ahora en los Estados Unidos, en construcciones metálicas, nuevos materiales aislantes de tales propiedades que unas pocas pulgadas de espesor pueden sustituir a una capa de 1 m. de hormigón. Las firmas comerciales presentan una extensa lista de estos nuevos materiales que se adaptan para las distintas exigencias. Es posible que en un futuro no lejano se emplee también el aluminio. A consecuencia de esto, los edificios metálicos resultan con una carga total por piso no superior a 700 Kg/m^2 , que es la mitad de lo corriente en el caso del concreto armado.

Esta nueva modalidad de construcción enfrenta al calculista con un doble problema: por una parte, el empleo de columnas y vigas cada vez más esbeltas le exige tomar mayores precauciones para evitar una deformación excesiva por piso; por otra, la parte del esfuerzo horizontal absorbido por la albañilería que, aunque no era considerada en los cálculos, influía como una reserva limitando la sollicitación en la estructura, ahora está desapareciendo prácticamente y disminuyendo el factor de seguridad.

La resolución de estas dificultades está en un método de cálculo de las estructuras metálicas que siga ciertas normas de fácil aplicación y que tome en cuenta en forma más exacta la rigidez de las conexiones. Hemos demostrado que se está avanzando por este camino.

R. F. A.